***Точки разрыва и их классификация***

Если функция определена в окрестности точки , но условия непрерывности в точке нарушены, то в этой точке функция имеет разрыв.

Вспомним определение непрерывности функции в точке .

**Определение.** Функция называется непрерывной

в точке , если

1.функция определена в точке ,

2. существует конечный предел при

3. предел существует и равен значению функции в точке

**Определение.** Функция называется непрерывной в окрестности точки , если она непрерывна в каждой точке окрестности.

Если не выполняется хотя бы одно условие из определения непрерывности функции в точке, то такая точка называется точкой разрыва функции .

Например, если:

1.функция не определена в точке ,

2. не существует конечного предела при

3. предел существует, но не равен значению функции в точке

Существует три вида точек разрыва:

1. *Устранимая точка разрыва*

2*. Точка разрыва 1-го рода*

3. *Точка разрыва 2-го рода*

**И только такие названия!!!**

**Определение.** Если существует конечный предел функции

при слева и существует конечный предел функции

при справа, и они равны, но в самой точке функция либо не определена, либо , если определена, то не равна пределам функции слева и справа, тогда точка *устранимая точка разрыва.*

т.е.

то точка *устранимая точка разрыва.*

**Пример1**: Исследовать на непрерывность функцию , найти точки разрыва, указать характер разрыва функции, доопределить функцию, если это возможно.

Решение: Функция не определена в точке и поэтому исследуем функцию на разрыв в этой точке. По первому замечательному пределу

Следовательно, точка *устранимая точка разрыва.*

Доопределим функцию для устранения разрыва функции. Положим , функция примет вид

,

Данная функция непрерывна в точке , разрыв в точке устранен.

**Определение.** Если существует конечный предел функции

при слева и существует конечный предел функции

при справа, и они не равны друг другу, то точка *точка разрыва 1-го рода.*

т.е.

то точка *точка разрыва 1-го рода.*

**Пример 2:** Исследовать на непрерывность функцию , найти точки разрыва, указать характер разрыва функции

Решение: Рассмотрим точку раскроем модуль и вычислим пределы слева и справа при

Существуют конечные пределы справа и слева не равные друг другу, следовательно, точка  *точка разрыва 1-го рода.*

**Определение.** Если хотя бы один из односторонних пределов функции при не существует или равен бесконечности, то точка *точка разрыва 2-го рода.*

т.е.

или

то точка *точка разрыва 2-го рода.*

**Пример 3:** Исследовать на непрерывность функцию , найти точки разрыва, указать характер разрыва функции

Решение: Функция не определена в точке и поэтому исследуем функцию на разрыв в этой точке.

Вычислим пределы слева и справа при

один из односторонних пределов функции при равен бесконечности, то точка *точка разрыва 2-го рода.*