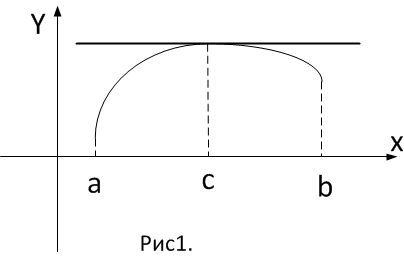
**Основные теоремы дифференциального исчисления**

***Теорема Ферма***

Если функция определена на и своего экстремума достигает в некоторой внутренней точке и в точке функция дифференцируема, тогда

.

*Геометрический смысл теоремы*: если функция в точке имеет экстремум и в этой точке функция дифференцируема, то касательная, проведенная к графику функции в этой точке, параллельна оси Ох.

***Теорема Ролля***

Если функция

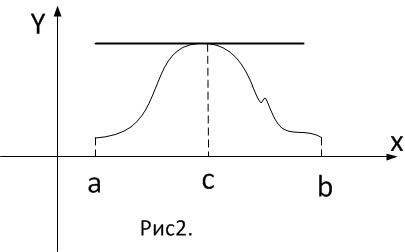
1.непрерывна на

2. дифференцируема на

3. ,

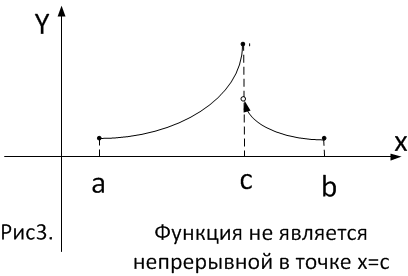
то (существует) хотя бы одна точка такая, что

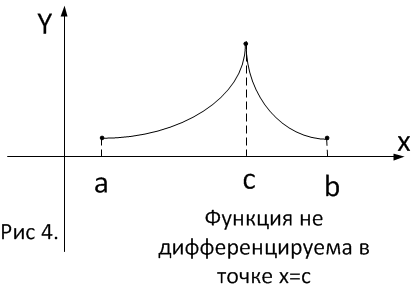
.

*Геометрический смысл теоремы*: если функция непрерывна и дифференцируема на отрезке, то хотя бы в одной точке отрезка касательная, проведенная к графику функции в этой точке, параллельна оси Ох.

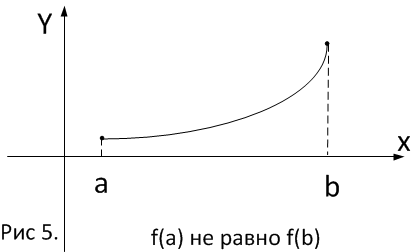
Замечание 1.

Не выполнение хотя бы одного из трех условий теоремы Ролля может привести к тому, что точка, в которой производная обращается в нуль, может и не существовать.

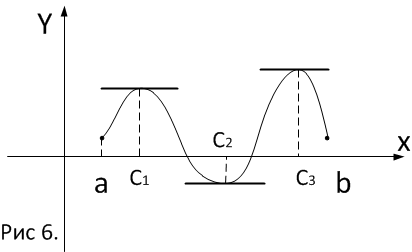
первое условие: непрерывность функции



второе условие: дифференцируемость функции



третье условие:

Замечание 2.

Точек, в которых производная обращается в нуль, у функции может быть несколько.

Замечание 3.

Если , то по теореме Ролля получаем, что между двумя различными действительными корнями уравнения

Найдется хотя бы один действительный корень уравнения .

***Теорема Лагранжа*** *(формула конечных приращений)*

Если функция

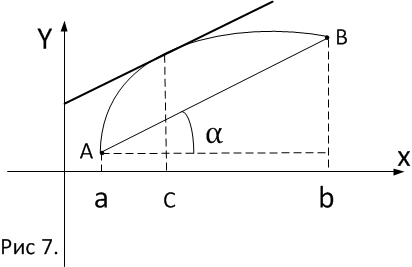
1. непрерывна на

2. дифференцируема на ,

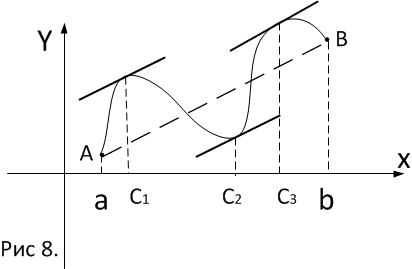
то (существует) хотя бы одна точка такая, что

.

*Это формула Лагранжа или формула конечных приращений.*

*Геометрический смысл теоремы*: Рассмотрим функцию , удовлетворяющую на отрезке условиям теоремы Лагранжа. Проведем стягивающую хорду AB, тогда отношение (рис 7.)

Где - угол наклона хорды AB к оси Ох. По теореме Лагранжа, найдется хотя бы одна точка в которой касательная будет иметь тот же угол наклона, что и стягивающая хорда AB.

Замечание 1.

Точек, в которых касательные будет иметь тот же угол наклона, что и стягивающая хорда AB, у функции может быть несколько.

Замечание 2.

Если удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа и точки , то для отрезка будет иметь место выражение , где С- некоторая точка, лежащая между .

***Теорема Коши***

Если на отрезке определены две функции и , которые

1. непрерывны на

2. дифференцируема на

3.,

тогда (существует) хотя бы одна точка такая, что

т.е. отношение приращения функций на отрезке равно отношению производных этих функций в специально выбранной внутренней точке отрезка.

***Теорема Лопиталя*** *( правило Лопиталя)*

Если две функции и , которые

1. бесконечно малые функции при

2. дифференцируемы в окрестности точки )

3.

4.(существует) конечный или бесконечный предел отношения производных функций и

,

то

предел отношения двух бесконечно малых функций равен пределу отношения производных этих функций.

Замечание 1.

Правило Лопиталя применимо и для раскрытия неопределенностей типа .

Примеры